

Galaxy Simulator

Emile Hansmaennel

Theodor Fliedner Gymnasium / Heinrich Heine Universität
hanemile@protonmail.com



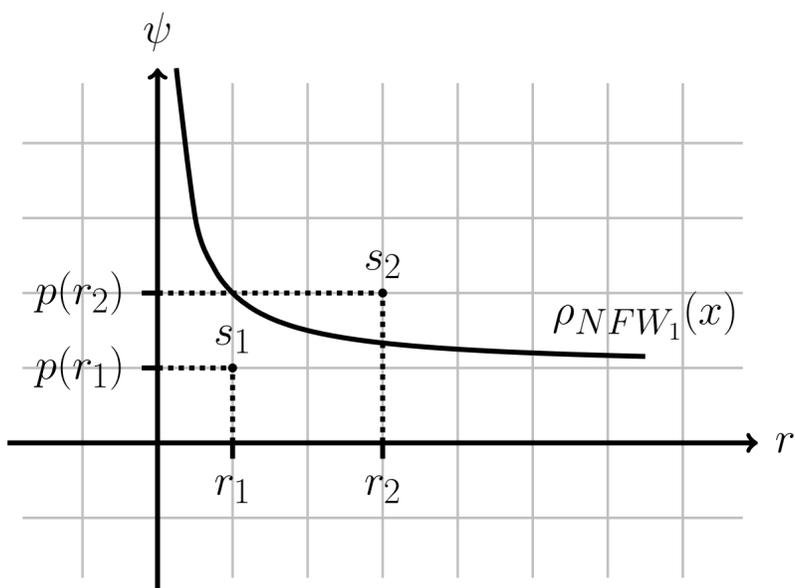
Navarro Frenk White Profile

$$\rho_{NFW}(r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \cdot \exp\left(\frac{-\phi(r)}{\sigma^2}\right)$$

$$\phi(r) = \frac{4\pi \cdot G \cdot f_0 \cdot R_s^3}{r} \cdot \ln\left(1 + \frac{r}{R_s}\right)$$

Ob ein Stern mit dem Abstand r zum Mittelpunkt der Galaxie existiert wird, durch die Wahrscheinlichkeit ρ beschrieben.

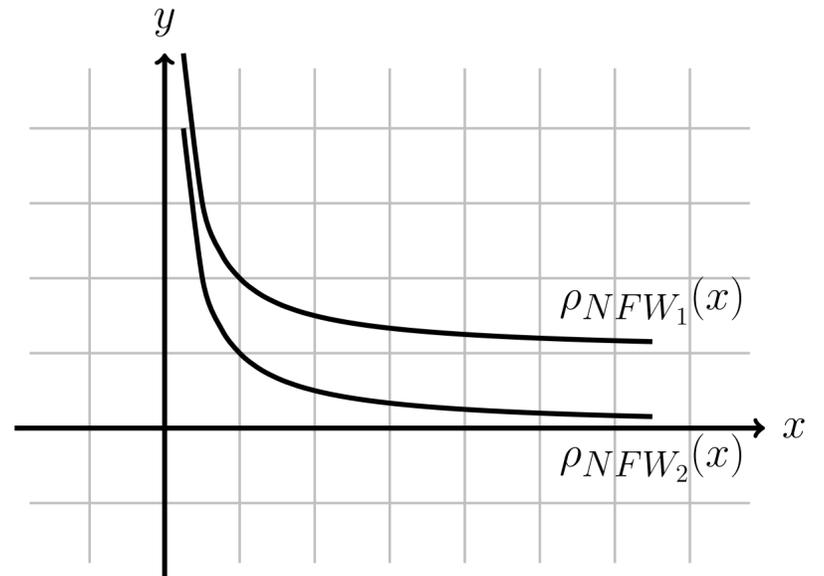
Random Sampling



Veranschaulichung des Random-Sampling-Konzepts

Um zu bestimmen, ob ein Stern beibehalten wird oder nicht, wird ein zufälliger Wert $s \in \phi$ generiert. Gilt $s < \rho(s)$, dann wird der Stern beibehalten.

NFW Shift



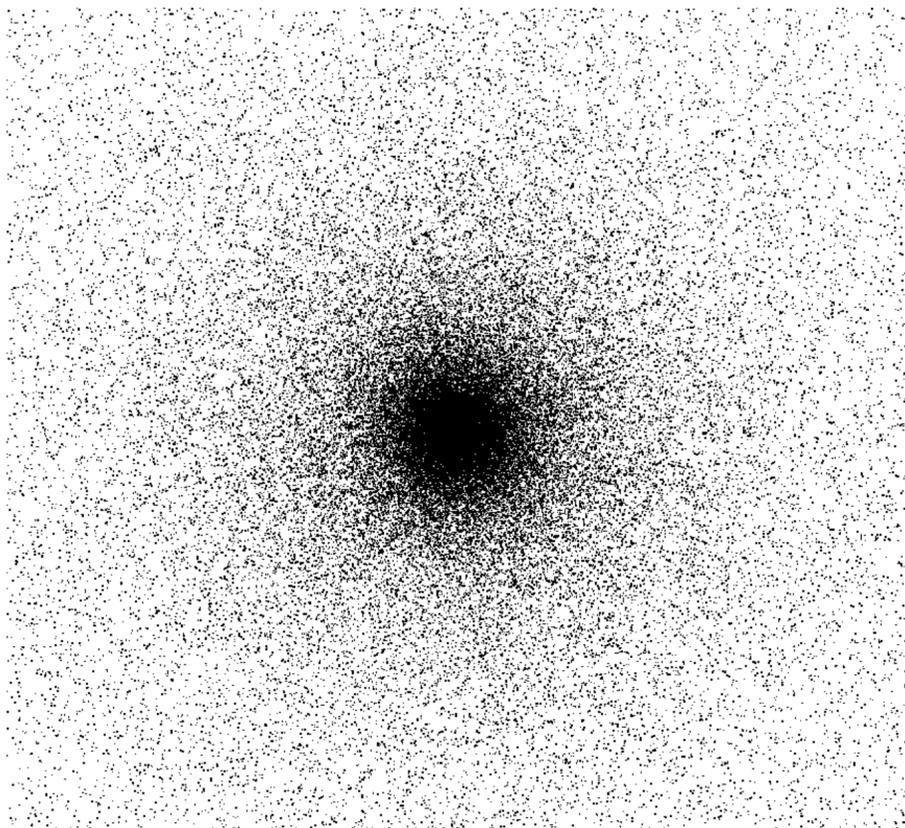
Durch Verschiebung des NFW-Profiles in Richtung x-Achse wird die Annäherung an eine Kugel erreicht. Dabei sinkt die Wahrscheinlichkeit, dass ein Stern beibehalten wird jedoch stark. Dies führt dazu, dass deutlich weniger Sterne in der gleichen Zeit generiert werden können.

Lookup Tabellen

r_1	ρ_1
r_2	ρ_2
r_3	ρ_3
...	...
$r_n \quad n \in \mathbb{N}$	$\rho_n \quad n \in \mathbb{N}$

Um nicht für jeden Stern das NFW-Profil anwenden zu müssen, werden die resultierenden Wahrscheinlichkeiten in eine sogenannte Lookup-Tabelle geschrieben. Bei der Bestimmung der Wahrscheinlichkeit, dass ein Stern mit dem Abstand r existiert, kann statt zu rechnen, die Tabelle als Referenz genutzt werden.

Ergebnis der Generation



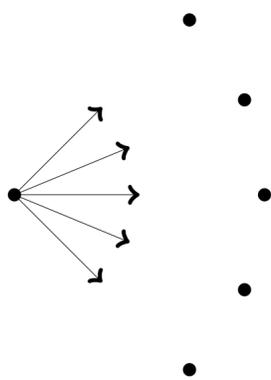
Das Ergebnis ist eine Punktwolke, dessen Dichteverteilung der des NFW-Profiles entspricht.

Berechnung der Kräfte

$$\vec{F}_{AB} = -G \frac{m_A m_B}{|r_{AB}|^2} \cdot \frac{r_B - r_A}{|r_B - r_A|}$$

Zur Berechnung der Kräfte die zwischen den Sternen wirken, wird das Newtonsche Gravitationsgesetz verwendet.

Kräfte, die auf einen Stern wirken



In einer Galaxie mit n Sternen, wirkt auf jeden Stern die Kraft von $n - 1$ Sternen.

Kräfte, die auf n Sterne wirken

Daraus folgt, dass in einer Galaxie mit n Sternen insgesamt $n \cdot (n - 1)$ Kräfte berechnet werden müssen.

Resultierendes Laufzeit Problem

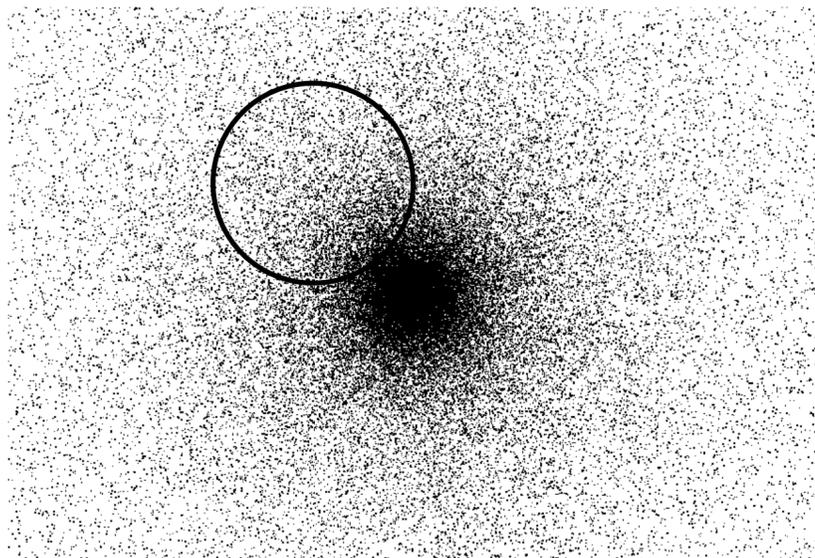
$$n \cdot (n - 1) \in O(n^2)$$

Die Laufzeit des Rechenalgorithmus von $O(n^2)$ wird mit zunehmender Anzahl an Sternen exponentiell länger und damit problematischer.

Anzahl an Sternen	$O(n^2)$
100	10.000
1.000	1.000.000
10.000	$1e8$
...	...
$2e8$	$4e16$

Erste Optimierung durch Clustering

Idee: Sterne die weiter als r von dem betrachteten Stern entfernt sind, haben eine so geringe Relevanz, dass sie nicht mehr miteinander zu beziehung sind.



Problem: Stern-Cluster werden dabei in der Berechnung nicht berücksichtigt.

Lösung: Nutzung des Barnes-Hut Algorithmus.

Barnes-Hut

$$\theta = \frac{d}{r}$$

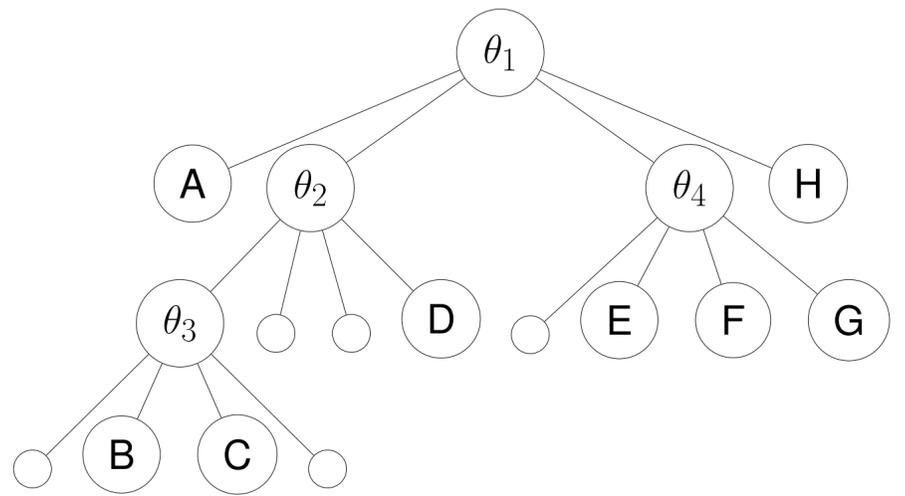
Der Barnes-Hut Algorithmus wird dazu verwendet, die Anzahl der Kraftberechnungen im n-Körper-Problem extrem zu verringern. Dabei wird der Raum indem die Simulation stattfindet, in Zellen unterteilt. Die obige Formel wird genutzt, um zu bestimmen, welche Zellen bei der Berechnung der Kraft, die auf einen Stern wirkt, in Betracht gezogen werden müssen.

Barnes-Hut Cells

A		B	
	C		
			D
	E	H	
F	G		

Eine gegebene Galaxie wird in einen anfangs leeren Raum eingefügt. Falls sich bereits ein Stern in der Zelle befindet, wird die Zelle noch weiter unterteilt.

Barnes-Hut Tree



Die ermittelte Zellstruktur wird als Baum in einer Datenbank zur Weiterverarbeitung gespeichert. Dabei werden die Sterne in einen anfangs leeren Baum eingefügt. Anschließend wird für jeden inneren Knoten die Gesamt-Masse und der Masse-Mittelpunkt bestimmt.

Berechnung aller Kräfte, die auf einen Stern wirken

Falls das Akzeptanzkriterium θ größer als der Schwellwert ist, springt der Algorithmus eine Ebene tiefer in den Baum. Ansonsten wird die Kraft, die zwischen dem Stern und den jeweiligen Knoten wirkt, direkt berechnet.

Laufzeit des Barnes-Hut Algorithmus

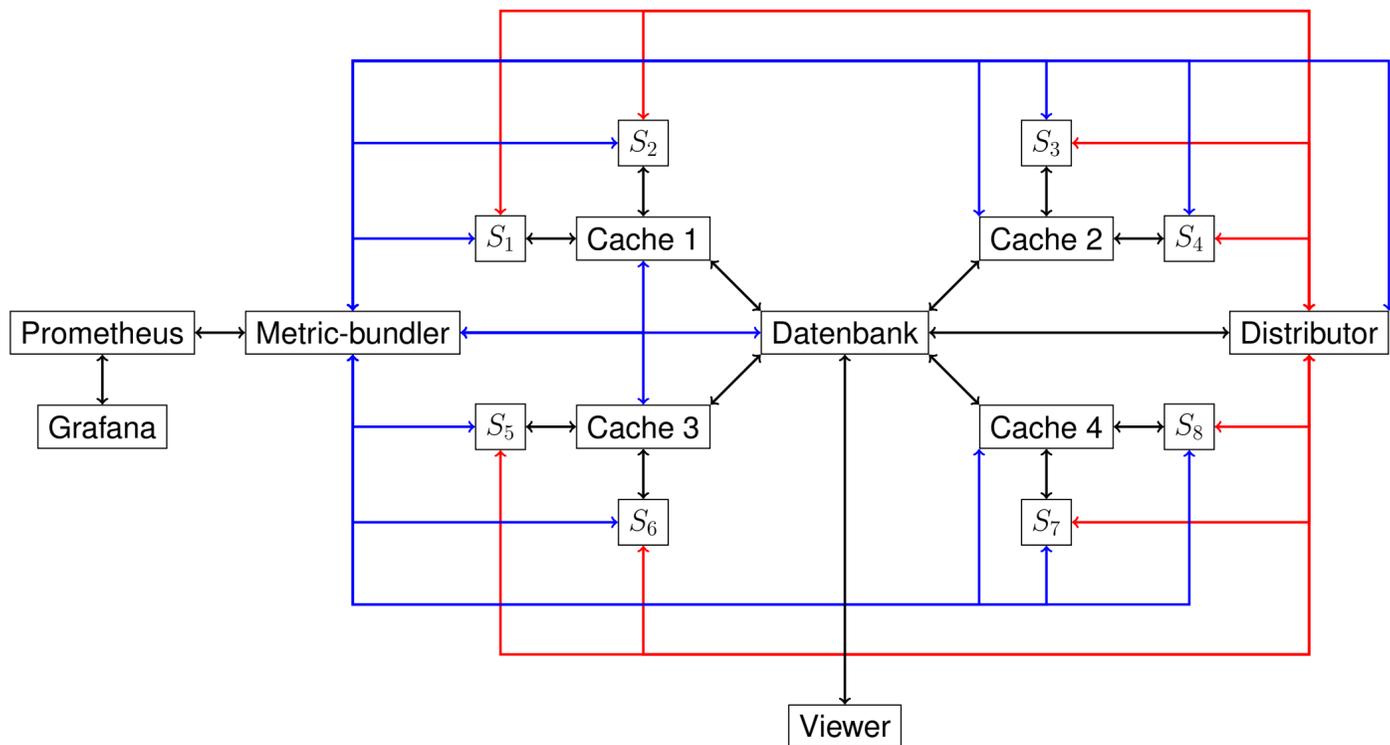
Die Laufzeit des Barnes-Hut Algorithmus

$$n \cdot \log_4(n) \in O(n \cdot \log(n))$$

ist signifikant geringer als der "Brute-force" Ansatz, bei dem alle Kräfte miteinbezogen werden.

Zusätzlich wird ein partiell dezentrales Netzwerk genutzt. Damit wird die theoretische Berechnungsdauer von 1.265 Jahren auf ca. 45 Minuten reduziert.

Partiell dezentrales Netzwerk zur Lastverteilung



Datenbank

Graphendatenbank: Speichert die Galaxie in der Form eines Baumes.

Relationale Datenbank: Speichert die einzelnen Sterne.

Simulator

Holt sich beim Distributor einen Stern und berechnet die Kraft die auf den Stern wirkt indem der Barnes-Hut tree im Cache genutzt wird und schreibt das Ergebnis in die Datenbank.

Cache

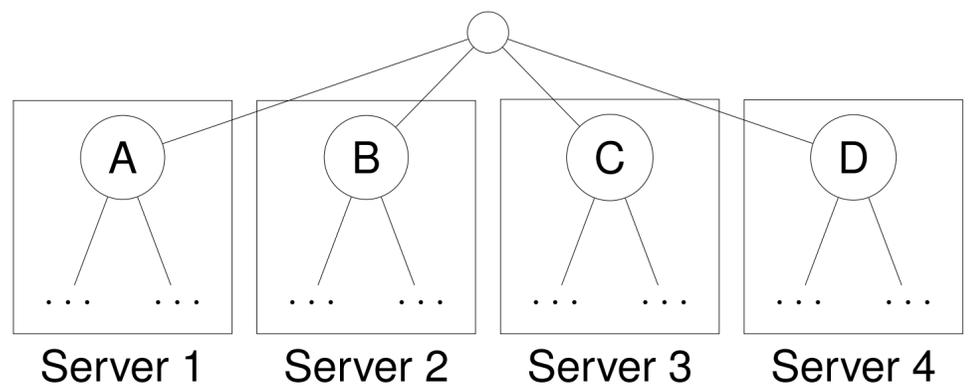
Wird genutzt, da die Latenz zwischen den Simulations-Containern und der Datenbank ansonsten zu hoch wären.

Monitoring

Überwachung der Container und Alarm bei zu vielen Anfragen an die jeweiligen Container.

Sharding

Ab einer gewissen Anzahl passen die Daten nicht mehr in ein System.



Aufteilung der einzelnen Teilbäume auf verschiedene Server.

Bandbreite

